DINÁMICA DE FLUIDOS REALES

Asignatura: Operaciones Unitarias

Profesor: Jimmy Walker

Alumnos:

Giovanni Ramirez

Luis Cabrera

Antonio Marín

Viscosidad

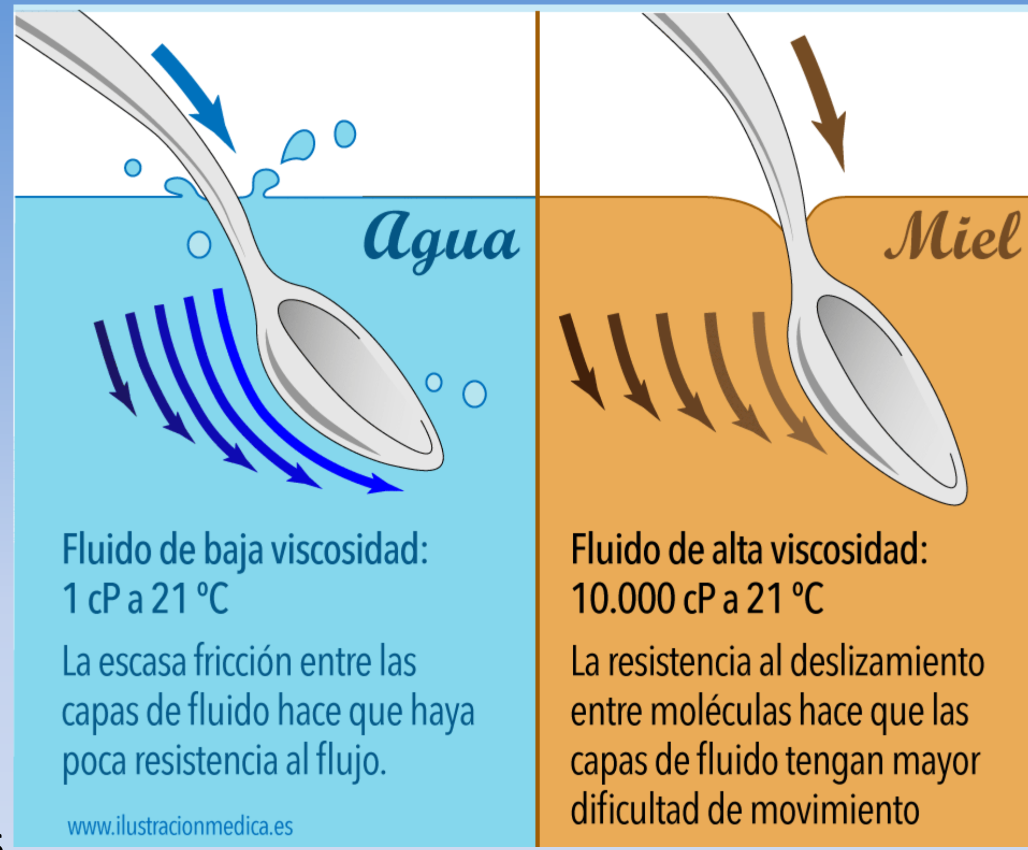
Consideraciones

Fluido ideal	Fluido real
Viscosidad =0	Viscosidad ≠0

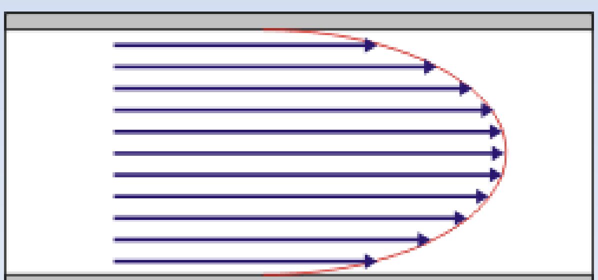
- Irregular distribución de la velocidad en una sección transversal
- Pérdidas de energía o pérdidas de presión

Viscosidad

La viscosidad es una característica de los fluidos en movimiento, que muestra una tendencia de oposición hacia su flujo ante la aplicación de una fuerza. Cuanta más resistencia oponen los líquidos a fluir, más viscosidad poseen.



Sea una corriente líquida, con una sección transversal S en dirección perpendicular al movimiento, formada por **n** filamentos de corriente aproximadamente paralelos entre sí, pero con velocidades variables de $\mathbf{v_1}$ a $\mathbf{v_n}$



Líquido	$\eta \cdot 10^{-2}$ kg/(ms)
Aceite de ricino	120
Agua	0.105
Alcohol etílico	0.122
Glicerina	139.3
Mercurio	0.159

Viscosidad

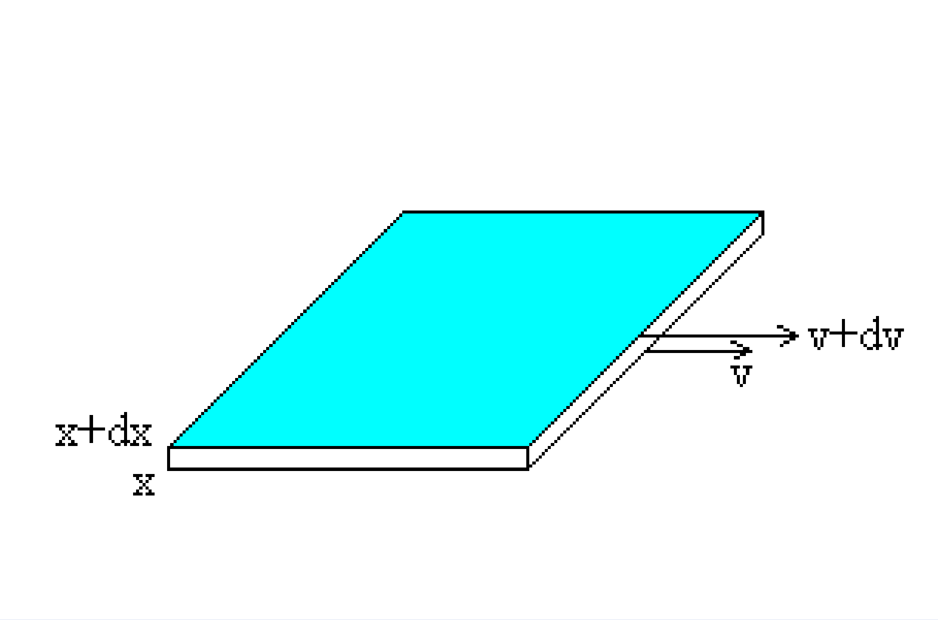
La fuerza por unidad de área que hay que aplicar es proporcional al gradiente de velocidad. La constante de proporcionalidad se denomina viscosidad η.

Gradiente de velocidad

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dx}$$

Aceleración constante

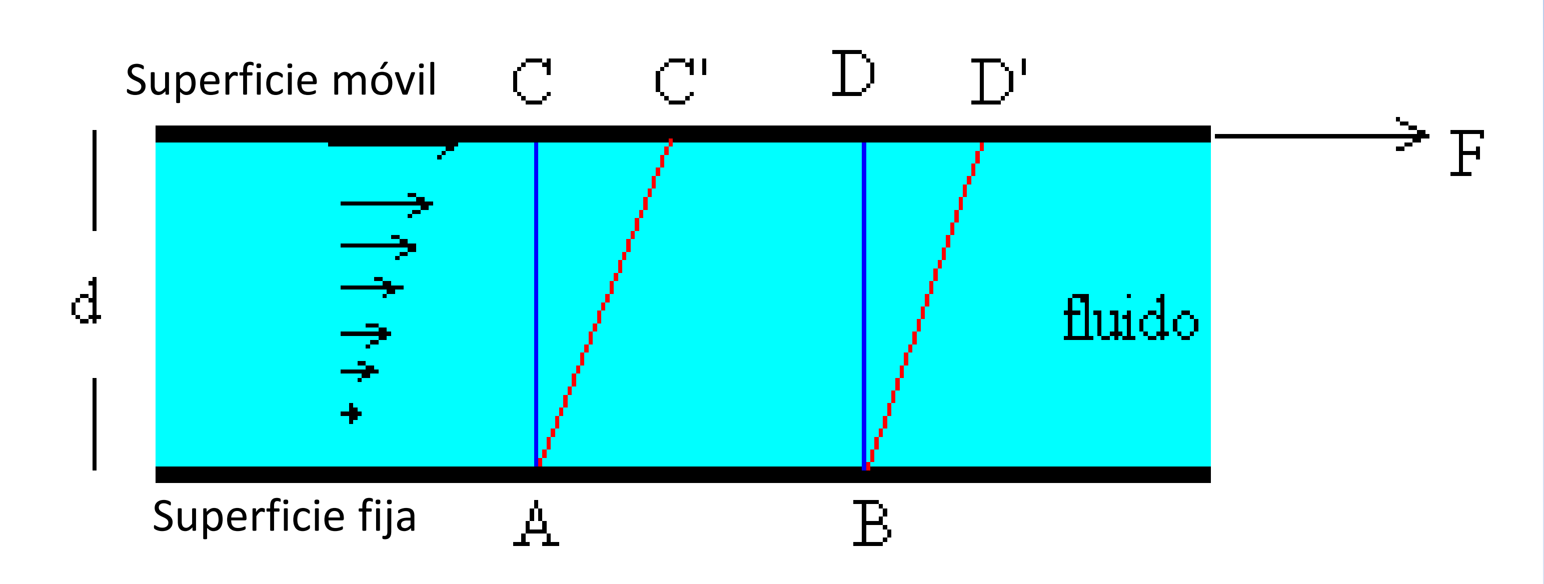
$$\frac{F}{A} = \eta \frac{v}{d}$$



Viscosidad

La viscosidad es el rozamiento interno entre las capas de fluido.

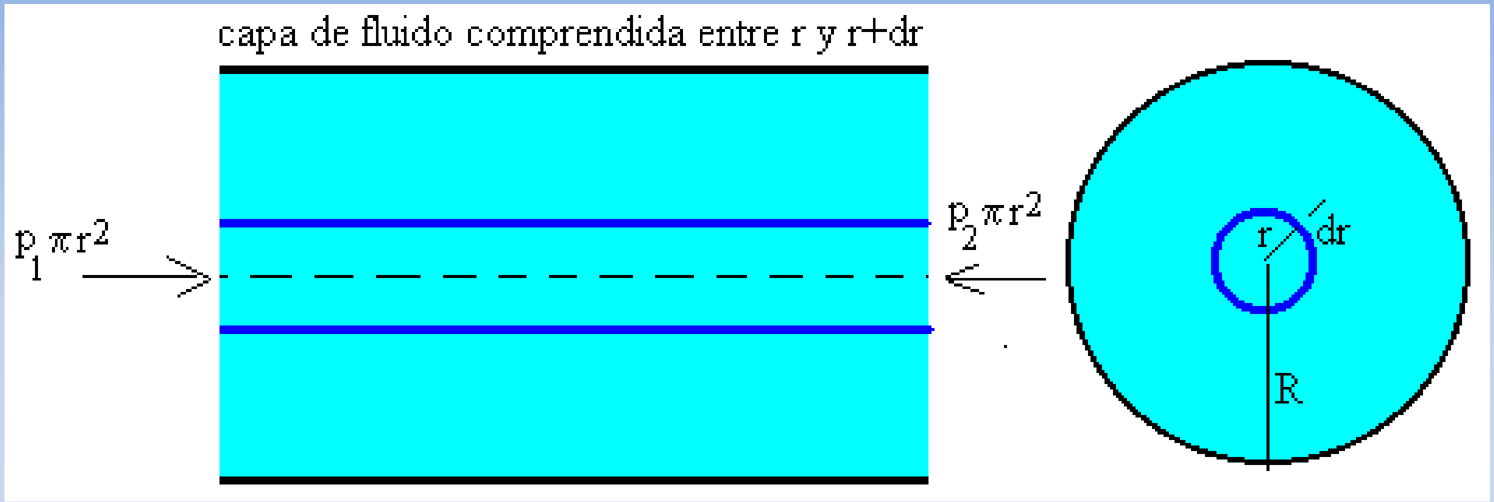
A causa de la viscosidad, es necesario ejercer una fuerza para obligar a una capa de fluido a deslizar sobre otra.



Ley de Poiseuille

Consideremos ahora un fluido viscoso que circula en régimen laminar por una tubería de radio interior *R*, y de longitud *L*, bajo la acción de una fuerza debida a la diferencia de presión existente en los extremos del tubo.

$$F=(p_1-p_2)p\ r^2$$



Sustituyendo *F* y teniendo en cuenta que el área *A* de la capa es ahora el área lateral de un cilindro de longitud *L* y radio *r*

$$\frac{F}{A}=\eta\frac{dv}{dx} \qquad \frac{(p_1-p_2)\pi r^2}{2\pi r L}=-\eta\frac{dv}{dr}$$

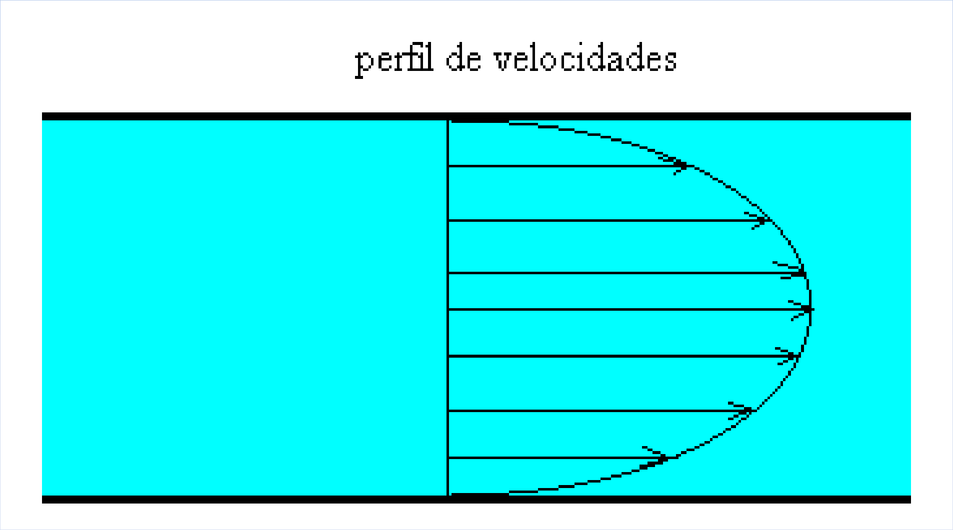
El signo negativo se debe a que *v* disminuye al aumentar *r*.

Ley de Poiseuille

Integrando esta ecuación, obtenemos el perfil de velocidades en función de la distancia radial, al eje del tubo. Se ha de tener en cuenta que la velocidad en las paredes del tubo *r*=*R* es nula.

$$-\int_v^0 dv = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L}\int_r^R r\,dr \qquad v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right)$$

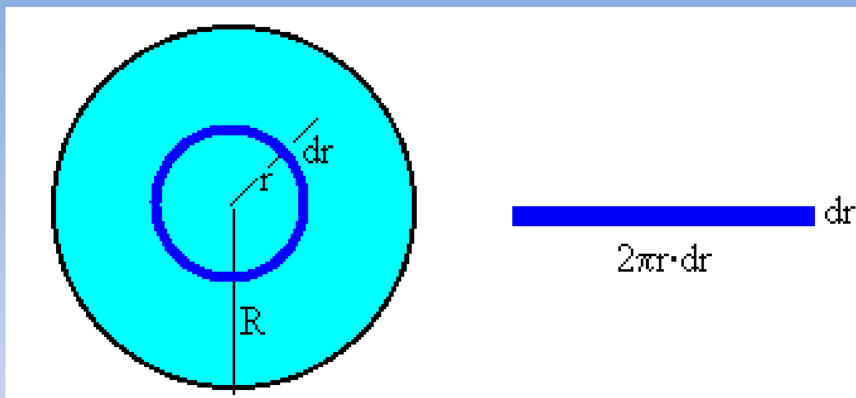
que es la ecuación de una parábola.



El flujo tiene por tanto un perfil de velocidades parabólico, siendo la velocidad máxima en el centro del tubo.

El gasto

El volumen de fluido que atraviesa cualquier sección normal del tubo en la unidad de tiempo se denomina gasto.



El volumen de fluido que atraviesa el área del anillo comprendido entre *r* y *r+dr* en la unidad de tiempo es *v*(2p *rdr*). Donde *v* es la velocidad del fluido a una distancia *r* del eje del tubo y 2p *rdr* es el área del anillo.

El gasto se puede expresar $G=\pi R^2 <v>$, donde $<v>$ es la velocidad media del fluido

$$p_1 - p_2 = \frac{8\eta L}{R^2} < v >$$

Fluido en régimen laminar

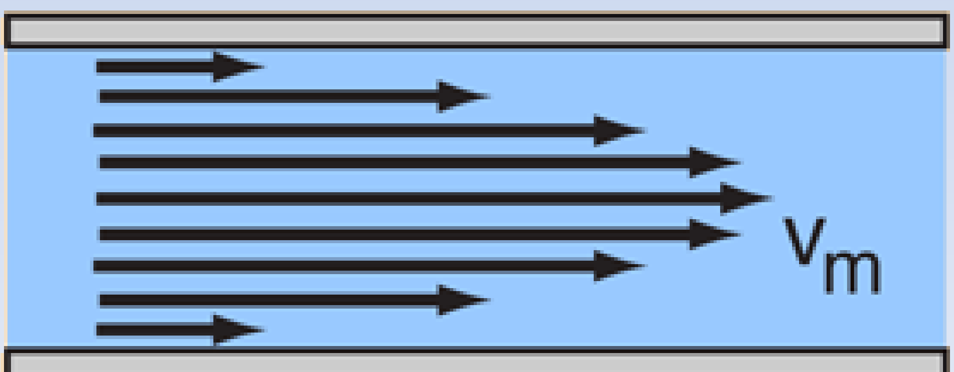
A la diferencia de presión p_1-p_2 en los extremos del tubo horizontal dividida entre la densidad *r* del fluido, se le denomina pérdida de carga H_L en el flujo laminar

$$H_L = \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{8\eta\, L}{\rho \pi r^4} G = \frac{8\eta\, L}{\rho\, r^2} v = \frac{32\eta\, L}{\rho\, D^2} v$$

Siendo *L* y *D* la longitud y el diámetro del tubo horizontal y *h* la viscosidad del fluido.

La ecuación (2) teniendo en cuenta las expresiones de las pérdidas de carga H_L en el flujo laminar y las pérdidas H_l debidas a la entrada y salida del fluido por el tubo horizontal, se expresa:

$$2.78 D^2 \rho v^2 + 64 L \eta v - 2 g h D^2 \rho = 0$$



Ejemplo

Para el agua a 20ºC los datos son *r*=1000 kg/m^3 y *h*=1.002·10^{-3} kg/(ms)

Supongamos que utilizamos un tubo, *L*=29.3 cm y *D*=2*r*=2.42 mm, y que la altura *h*=30 cm

Resolvemos la ecuación de segundo grado para calcular *v*, tomando la raíz positiva *v*=0.988 m/s. El caudal es $G=\pi r^2 v$=4.5 litros/s

El número de Reynolds vale:

$$R = \frac{\rho D v}{\eta} \qquad R = \frac{1000 \cdot 2.42 \cdot 10^{-3} \cdot 0.988}{1.002 \cdot 10^{-3}} = 2385$$

Fluido en régimen turbulento

En este caso, se emplea la fórmula empírica de Blasius válida para tubos lisos y para valores del número de Reynolds hasta 10^5.

$$H_L = \frac{0.158}{R^{1/4}}\frac{L}{D}v^2$$

Expresaremos H_L en términos de las variables básicas en vez del número de Reynolds R. Las pérdidas H_l debidas a la entrada y salida del fluido por el tubo horizontal tienen la misma expresión en el régimen laminar y en el turbulento

La ecuación: $$\left(H_L + H_l\right) = gh - \frac{1}{2}v^2$$

se escribe: $$2.78\rho^{1/4}D^{5/4}v^{9/4} + 0.316\eta^{1/4}Lv^2 - 2gh\rho^{1/4}D^{5/4}v^{1/4} = 0$$

Ejemplo

Se establece la altura *h* del extremo inferior del tubo vertical en el frasco Mariotte medida desde el centro del orificio de salida, o desde el eje del tubo horizontal.

El agua que sale por el extremo del tubo horizontal cae en un medidor de caudal. El volumen de agua que sale del tubo horizontal en la unidad de tiempo (gasto) es

$$G = \frac{\pi D^2}{4} v$$

Se mide el volumen *V* de agua en cm^3 recogida en el medidor de caudal en el tiempo *t*, *V*=*G·t*. Conocido el diámetro del tubo se calcula la velocidad *v* de salida del agua.

Si empleamos el tercer tubo *D*=5.36 mm y se ha tardado *t*=8.89 s en recoger *V*=200 cm^3. La velocidad *v* de salida del agua es

$$\frac{200}{8.89} = \pi \frac{0.536^2}{4} v$$

v=99.7 cm/s =1.0 m/s

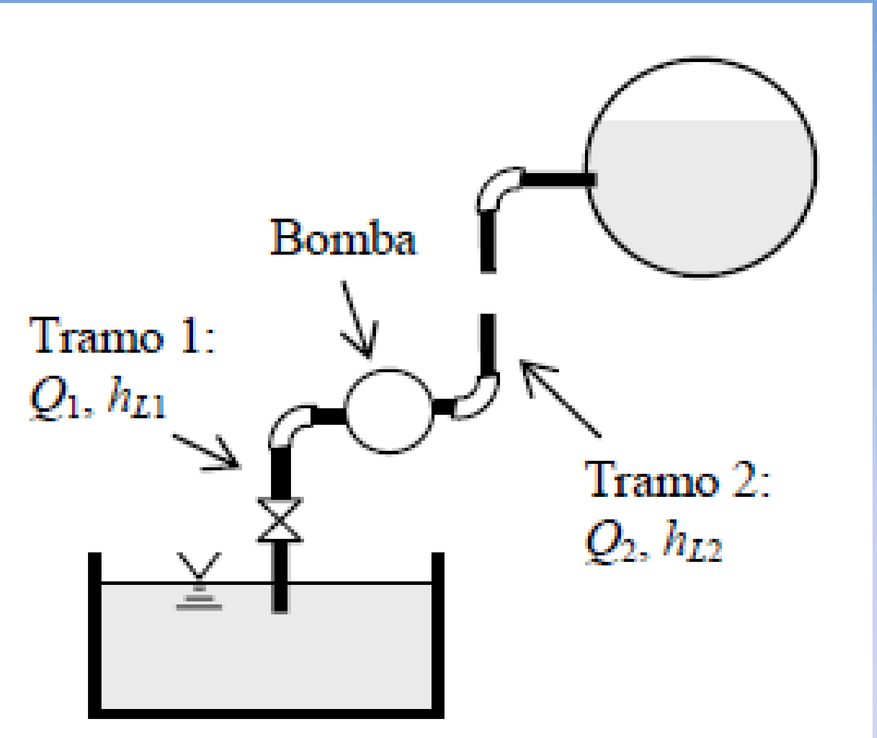
El número de Reynolds se calcula mediante la fórmula

$$R = \frac{\rho D v}{\eta} = \frac{1000 \cdot 5.36 \cdot 10^{-3} \cdot 1.0}{1.002 \cdot 10^{-3}} = 5349$$

Red de tuberias

TUBERÌAS EN SERIE

Se habla de tuberías en serie cuando se quiere llevar el fluido de un punto a otro punto por un solo camino. Como en el ejemplo de la figura. En este caso se cumplen las leyes siguientes: Los caudales son los mismos para cada uno de los tramos de tubería: Q = Q1 = Q2 = K = Qi Las pérdidas de carga de cada una de las secciones se suman: hL = hL1 + hL2 +K+ hLi



la pérdida de carga para cada tramo de tubería como:

$$L\,h = RQ^{x}$$

Donde *R* se denomina coeficiente de resistencia y el exponente *x* vale 2 para flujos totalmente turbulentos y un valor entre 1 y 2 para flujos en la zona de transición. Sin embargo se suele usar comúnmente un valor de 2.

- Si se utiliza este tipo de formulación para la pérdida de carga, la pérdida de carga total, tomando todos los tramos, será:

$$h_L = \sum R_i\, Q^{x}$$

Permite calcular el coeficiente de resistencia. Una de ellas es la expresión de *R* para la ecuación de Hazen-Williams, que considera la aspereza de la tubería:

$$R = \frac{K_1 L}{C^{1,85} D^{4,87}}$$

Donde *C* es el coeficiente de Hazen-Williams que depende solo de la aspereza (ver tabla) y *K*1 es una constante que depende del sistema de unidades utilizado: para SI *K*1 = 10,59 y para unidades inglesas *K*1 = 4,72.

La ecuación de Chezy-Manning, que se usa mayormente para flujo en canales abiertos, pero puede también utilizarse en el caso de flujo en tuberías, principalmente cuando se estudia el flujo en drenajes que fluyen llenos. Para esta ecuación la expresión del coeficiente de resistencia es:

$$R = \frac{10,29 n^2 L}{K_2 D^{5,33}}$$

Donde *n* es el coeficiente de Manning (ver tabla) y *K*2 depende del sistema de unidades: Para SI *K*2 = 1 y para unidades nglesas *K*2 = 2,22.

Tabla para los coeficientes de Hazen-Williams y Manning

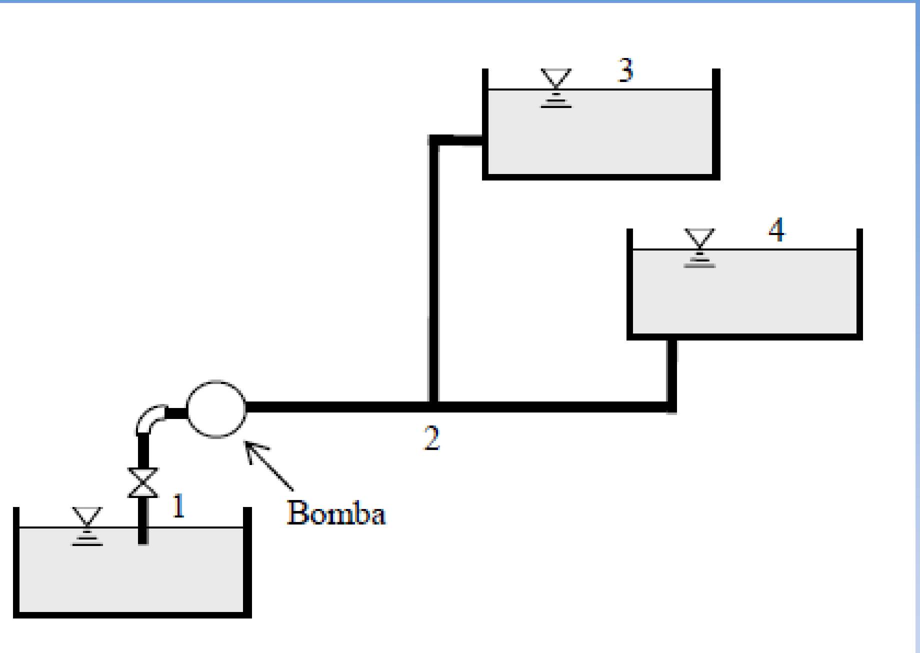
Tabla para los coeficientes de Hazen-Williams y Manning

Tipo de tubería	Coeficiente de Hazen-Williams *C*
Extremadamente lisa; asbesto-cemento	140
Hierro colado nuevo o liso; hormigón	130
Estacas de madera; acero recién soldado	120
Hierro colado ordinario; acero recién remachado; arcilla vitrificada	110
Hierro colado o acero remachado después de algunos años de uso	95-100
Tuberías viejas deterioradas	60-80

Material de la Tubería	Coeficiente de Manning *n*
Madera cepillada	0.012
Madera no cepilada	0.013
Concreto acabado	0.012
Concreto no acabado	0.014
Tubería de alcantarillado	0.013
Tubería de concreto	0.015
Tabique	0.016
Hierro colado o forjado	0.015
Acero remachado	0.017
Canal metálico corrugado	0.025
Tierra recta	0.022
Grava	0.03
Tierra con piedras y hierbas	0.035
Arroyos de montaña	0.05

Red de tuberías

El caso más sencillo de sistemas de tuberías ramificadas es cuando se tienen 3 tramos, como en la figura. Este sistema ramificado es gobernado por un sistema de 4 ecuaciones, donde supondremos inicialmente que el diámetro de tubería es constante en cada tramo, por lo cual en la ecuación de Bernoulli generalizada las velocidades se cancelan:



$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} + z_1 - z_2 + h_W = h_{L12} = R_{12} Q_{12}^2$$

$$\frac{P_2 - P_3}{\rho g} + z_2 - z_3 = h_{L23} = R_{23} Q_{23}^2$$

$$\frac{P_2 - P_4}{\rho g} + z_2 - z_4 = h_{L24} = R_{24} Q_{24}^2$$

$$Q_{12} = Q_{23} + Q_{24}$$

Deberá resolverse entonces este sistema de cuatro ecuaciones, en donde se pueden tener hasta 4 incógnitas.

El problema más común para este tipo de configuraciones de tubería consiste en determinar la tubería y la potencia de la bomba en función de los caudales requeridos en los puntos 3 y 4. Esto es lo que se requiere, por ejemplo, cuando se diseña un sistema de tuberías para una vivienda.

VIDEO